

Análise de Algoritmos – Lista II

Ex. 1 — (Aquecimento) Determine a complexidade de tempo do algoritmo de ordenação a seguir.

ORDENA(V, n):

para i de 1 a n :

 para j de 1 a n :

 se $V[j] < V[i]$:

$tmp = V[i]$

$V[i] = V[j]$

$V[j] = tmp$

Ex. 2 — (Aquecimento) Explique o que faz o estranho algoritmo a seguir.

$bt(V, a, b, x)$:

$p = (a - b) / 3$

$q = 2(a - b) / 3$

se $x == V[p]$: retorne p

se $x == V[q]$: retorne q

se $x < V[p]$: retorne $bt(V, a, p - 1, x)$

se $x < V[q]$: retorne $bt(V, p + 1, q - 1, x)$

senao: retorne $bt(V, q + 1, b, x)$

Como seria a complexidade de tempo? Vale a pena usá-lo?

Ex. 3 — Mostre como remover elementos duplicados de um vetor em tempo $\mathcal{O}(n \log n)$. O novo vetor pode ser menor que o original, claro.

Ex. 4 — Prove que qualquer algoritmo para encontrar um elemento em um vetor ordenado usando comparações terá complexidade de tempo $\Omega(\log n)$.

Ex. 5 — Descreva um algoritmo com consumo de tempo $\mathcal{O}(n \log n)$ que tenha como entrada:

•conjunto S contendo n números inteiros

•um número inteiro x ,

e determine se existem ou não dois elementos em S cuja soma é exatamente x .

Ex. 6 — Dado um vetor $A[1..n]$ de inteiros, chamamos de uma inversão de A um par de índices (i, j) do vetor A tal que $i < j$ e $A[i] > A[j]$. Escreva um algoritmo $conta_inversoes(A, n)$ que recebe um vetor $A[1..n]$ com inteiros todos distintos e devolve o número de inversões de A . Seu algoritmo deve consumir tempo $\mathcal{O}(n \log n)$ Explique sucintamente porque seu algoritmo está correto e porque ele tem a complexidade de de tempo pedida.

Ex. 7 — Construa um algoritmo que receba um vetor de n elementos e retorne o tamanho do maior subvetor palíndromo. Analise a complexidade de tempo de seu algoritmo¹.

¹É possível fazer em $\mathcal{O}(n^2)$.

Ex. 8 — O determinante de matrizes quadradas pode ser calculado de diversas maneiras. Entre elas temos:

- a) a expansão de Laplace (menores, cofatores, etc)
- b) deixar a matriz na forma triangular e calcular o produtório da diagonal

Calcule a complexidade de tempo dos dois métodos. Se o método for normalmente descrito como algoritmo recursivo, mostre a recorrência que dá a complexidade.