

Lista 3 - Álgebra Linear

Sistemas Lineares

1 — Descreva todas as possíveis matrizes 2×2 , que estão na forma escada reduzida por linha.

2 — Reduza as matrizes à forma escada reduzida por linha e calcule posto e nulidade de cada uma

delas: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -4 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & -4 & 2 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

3 — Prove que o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z - 3t = a \\ 2x - 5y - 3z + 12t = b \\ 7x + y + 8z + 5t = c \end{cases}$$

admite solução se, e somente se, $37a + 13b = 9c$. Ache a solução geral do sistema quando $a = 2$ e $b = 4$.

4 — Prove que toda matriz anti-simétrica 3×3 não-nula tem posto igual a dois.

5 — Mostre que toda matriz 2×2 é linha equivalente a uma única matriz linha reduzida à forma escada.

6 — Tente generalizar o resultado anterior para matrizes $n \times m$.

7 — Resolva os seguintes sistemas por escalonamento:

a) $\begin{cases} x + 5y = 13 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 5x - 3y + z = -10 \\ -2x - y + z = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + y + 2z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 3y - z = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y + 2z - t = 0 \\ 3x + y + 3z + t = 0 \\ x - y - z - 5t = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 5y - 2z = 3 \\ x + 7y - 7z = 5 \end{cases}$

$$\begin{array}{l}
 \text{f)} \quad \left\{ \begin{array}{l} 3x + 2y - 4z = 1 \\ x - y + z = 3 \\ x - y - 3z = -3 \\ 3x + 3y - 5z = 0 \\ -x + y + z = 1 \end{array} \right. \\
 \text{g)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x - 2y + 3z = 0 \\ 2x + 5y + 6z = 0 \end{array} \right.
 \end{array}$$

8 — Determine m de modo que o sistema linear seja indeterminado:

$$\left\{ \begin{array}{l} mx + 3y = 12 \\ 2x + 1/2y = 5 \end{array} \right.$$

9 — Para o seguinte sistema linear:

$$\left\{ \begin{array}{l} m^2x - y = 0 \\ 1x + ky = 0 \end{array} \right.$$

Determine o valor de m de modo que o sistema:

- a) tenha solução única (trivial)
- b) seja impossível

10 — Determinar a e b para que o sistema seja possível e determinado

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 7y = a \\ x + y = b \\ 5x + 3y = 5a + 2b \\ x + 2y = a + b - 1 \end{array} \right.$$

11 — Determinar o valor de k para que o sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y + kz = 1 \\ 2x + ky + 8z = 3 \end{array} \right.$$

tenha:

- a) solução única
- b) nenhuma solução
- c) mais de uma solução

12 — Resolva o sistema

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{u} + \frac{3}{v} = 8 \\ \frac{1}{u} - \frac{1}{v} = -1 \end{array} \right.$$

13 — Discuta os seguintes sistemas:

$$\text{a) } \begin{cases} x + z = 4 \\ y + z = 5 \\ ax + z = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + z + w = 0 \\ x + ky + k^2w = 1 \\ x + (k + 1)z + w = 1 \\ x + z + kw = 2 \end{cases}$$

14 — Determine k para que o sistema admita solução.

$$\begin{cases} -4x + 3y = 2 \\ 5x - 4y = 0 \\ 2x - y = k \end{cases}$$