

## Álgebra Linear – Prova Hipotética III

**Critérios para avaliação:** Clareza, corretude, rigor, e concisão (i) A redação das respostas deve ser clara. (ii) Todo o raciocínio desenvolvido na resposta deve estar correto. (iii) O nível de rigor nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aula. (iv) As respostas não devem ser mais longas que onecessário.

**Ex. 1 —** O que é o polinômio característico, e qual sua relação com operadores lineares?

**Ex. 2 —** Determine  $a$  tal que o volume do paralelepípedo gerado pelos vetores  $(0, a, 2a)^T$ ,  $(1, 0, 1)^T$  e  $(4, 4, -2)^T$  em  $\mathbb{R}^3$  seja 1.

**Ex. 3 —** Encontre os autovalores e autovetores, e diagonalize a matriz abaixo.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ex. 4 —** Podemos definir espaços de funções contínuas  $C[a, b]$  para qualquer intervalo  $[a, b]$ . Considere as funções

$$\begin{aligned} f(x) &= x \\ g(x) &= \frac{1}{x} - 1 \end{aligned}$$

Determine  $a$  e  $b$  tais que  $f$  e  $g$  sejam ortogonais em  $C[a, b]$ , usando o produto interno usual  $\int_a^b f(x)g(x)dx$ .

**Ex. 5 —** Explique como encontrar qualquer quantidade de vetores ortogonais em  $C[-\pi, \pi]$ , usando o produto interno usual  $\int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx$ .