

Ágebra Linear – lista complementar sobre matrizes, parte I

Ex. 1 — Sejam A e B tais que AB seja definido. Se A tem uma linha inteira com zeros, o que pode ser dito a respeito do produto AB ? Qual é o análogo disso para a matriz B ?

Ex. 2 — Prove que para quaisquer matrizes A e B tais que AB seja definido,

$$\text{nul}(A) \leq \text{nul}(AB),$$

e que

$$\text{posto}(A) \geq \text{posto}(AB).$$

Ex. 3 — (Extra) Mostre que toda matriz pode ser descrita como soma de uma matriz simétrica e uma anti-simétrica.

Ex. 4 — A seguir temos bases para \mathbb{R}^3 .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- i) Mostre todas as matrizes de mudança de base entre elas.
- ii) Seja $\mathbf{v} = (1, 2, 3)^T$ um vetor escrito na base canônica. Mostre \mathbf{v} em todas as bases dadas.
- iii) Escreva $[(1, -1, 0)^T]_A$ na base B
- iv) Escreva $[(2, 1, 1)^T]_C$ na base D .