Álgebra Linear – Lista II

Ex. 1 — O conjunto
$$A = \{(x, y, z)^T \ : \ x + 2y - 3z = 0\}$$
é subespaço de $\mathbb{R}^3$? Se for, mostre um complemento dele.

Ex. 2 — Considere os subespaços de $\mathbb{R}^5$:

- $A = \{(v, w, x, y, z)^T \ : \ x + y - z = v\}$
- $B = \{(v, w, x, y, z)^T \ : \ v - 2w = x + y + z\}$

Responda o seguinte:

i) Quem são os vetores no subespaço $A \cap B$?

ii) Determine $\dim A$, $\dim B$, $\dim(A \cap B)$.

iii) Mostre um complemento de $A \cap B$.

iv) $\mathbb{R}^5$ é soma de A com B? Se for, é soma direta?

Ex. 3 — Se um subespaço de $\mathbb{R}^n$ contém vetores da forma $(\ldots, 0, \ldots)^T$, tendo a i-ésima coordenada igual a zero, é verdade que toda base para este subespaço também terá zero na i-ésima coordeanda?

Ex. 4 — Uma base de um espaço vetorial V pode (ou deve sempre) ser subespaço de V?

Ex. 5 — Defina o conjunto P_n como um conjunto de n de vetores em $\mathbb{R}^n$, de forma que o primeiro vetor de P_n tem os n primeiros números primos, o segundo vetor tem os n próximos números primos, e assim por diante. P_n é base para $\mathbb{R}^n$?

Ex. 6 — Prove que são isomorfos os espaços:

- $[B]$, com $B = \{\,(0, 1, 1)^T, (1, 1, 1)^T\,\}$ e $\mathbb{R}^2$.
- $\mathbb{R}^5$ e o conjunto de todos os polinômios com grau par e menor ou igual a oito.