Álgebra Linear – Lista IV

Ex. 1 — Escreva a matriz das transformações. Depois determine núcleo, imagem, nulidade e posto de cada uma.

a) $T(x_1, x_2, x_3, x_4)^T = (x_1 + x_2, 0, 3x_3 - 5x_4)^T$

b) $T(x) = (2x, -x, x/2)^T$

c) $T(x, y, z)^T = (2x - 3y - 2z)$

d) $T(x, y)^T = (y, -x, 0, x + y)^T$

Ex. 2 — Calcule a inversa das matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 10 & 0 \\ 4 & 0 & 9 & 6 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1/2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1/3 \\ 2 & -2/3 \end{pmatrix}$$

Ex. 3 — Calcule as matrizes de mudança de base $[id]_{A \to B}$, $[id]_{B \to A}$ e $[id]_{A \to C}$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Ex. 4 — Calcule $[T]_{A \to B}$, usando as bases A e B do exercício 3, e $T(x, y, z)^T = (0, y - x, 2x + 3y)^T$.

Ex. 5 — Sejam tres vetores, $(1, 1, 1)^T$, $(1, 2, 3)^T$ e $(0, -1, 0)^T$, descritos na base canônica. Escreva-os nas bases do exercício 3.

Ex. 6 — Sejam duas bases,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$$

Escreva a matriz $[T]_{A \to B}$, com $T(x, y)^T = (2x, x + y/5)^T$.

Ex. 7 — Mostre que a rotação é comutativa em duas dimensões, mas não em tres.