

Lista de exercícios – determinantes

Ex. 1 — Calcule os determinantes das matrizes a seguir.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ x & 0 & x^2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -4 \\ 4 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b & c & 1 \\ b & 0 & 0 & 2 \\ c & 0 & 0 & 3 \\ d & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 3/2 & 5 \\ 0 & 3 & 3/2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & -1 & 0 \\ 22 & 12 & 3/2 & 15 & -2 \\ 51 & 6 & 14 & -2 & 0 \\ 10 & 3 & 3/2 & 34 & -2 \\ -91 & 16 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ex. 2 — Usamos aqui a seguinte notação para matrizes elementares: $E_{i,j}$ troca as linhas i e j ; $E_{i(k)}$ multiplica a linha i por k ; e $E_{i(j,k)}$ soma k vezes a linha i à linha j . Calcule os determinantes das matrizes a seguir. Diga também de que ordem, *no máximo*, devem ser as matrizes para que as expressões façam sentido. A, B, C são matrizes, e k é escalar.

- i) $\det [E_{1(2)}\mathcal{I}]$
- ii) $\det [E_{2,3}E_{3,4}E_{2(3)}A]$
- iii) $\det [E_{1,2}E_{3,4}E_{1(2)}AE_{2,3}B(5C)]$
- iv) $\det [E_{2(3,4)}A(3B)E_{1,2}C]$
- v) $\det [E_{1(4)}A(kB)E_{3,1}(4C^{-1})]$
- vi) $\det [k^{-1}AE_{2(k)}B]$

Ex. 3 — Seja A uma matriz quadrada com $\det A = d$, e $A' = P_1P_2 \dots P_kA$, onde cada P_i é uma matriz que permuta duas linhas adjacentes. Relacione o determinante de A' com k .

Ex. 4 — Para quais valores de x a matriz a seguir é singular?

$$\begin{pmatrix} 1 & x & 2 \\ 3 & 0 & x \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$