

## Lista de exercícios – determinantes

**Ex. 1** — Calcule os determinantes das matrizes a seguir.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ x & 0 & x^2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & -4 \\ 4 & 5 & 3 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} a & b & c & 1 \\ b & 0 & 0 & 2 \\ c & 0 & 0 & 3 \\ d & -2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 3/2 & 5 \\ 0 & 3 & 3/2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & -1 & 0 \\ 22 & 12 & 3/2 & 15 & -2 \\ 51 & 6 & 14 & -2 & 0 \\ 10 & 3 & 3/2 & 34 & -2 \\ -91 & 16 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Ex. 2** — Usamos aqui a seguinte notação para matrizes elementares:  $E_{i,j}$  troca as linhas  $i$  e  $j$ ;  $E_{i(k)}$  multiplica a linha  $i$  por  $k$ ; e  $E_{i(j,k)}$  soma  $k$  vezes a linha  $i$  à linha  $j$ . Calcule os determinantes das matrizes a seguir. Diga também de que ordem, *no máximo*, devem ser as matrizes para que as expressões façam sentido.  $A, B, C$  são matrizes, e  $k$  é escalar.

- i)  $\det [E_{1(2)}\mathcal{I}]$
- ii)  $\det [E_{2,3}E_{3,4}E_{2(3)}A]$
- iii)  $\det [E_{1,2}E_{3,4}E_{1(2)}AE_{2,3}B(5C)]$
- iv)  $\det [E_{2(3,4)}A(3B)E_{1,2}C]$
- v)  $\det [E_{1(4)}A(kB)E_{3,1}(4C^{-1})]$
- vi)  $\det [k^{-1}AE_{2(k)}B]$

**Ex. 3** — Seja  $A$  uma matriz quadrada com  $\det A = d$ , e  $A' = P_1P_2 \dots P_kA$ , onde cada  $P_i$  é uma matriz que permuta duas linhas adjacentes. Relacione o determinante de  $A'$  com  $k$ .

**Ex. 4** — Para quais valores de  $x$  a matriz a seguir é singular?

$$\begin{pmatrix} 1 & x & 2 \\ 3 & 0 & x \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$