

Álgebra Linear – Lista de Exercícios

Ex. 1 — Para que valores de K a matriz a seguir tem inversa?

$$\begin{pmatrix} 2 & K & 1 & 2 \\ 0 & 1 & K & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & -K & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Ex. 2 — Calcule a inversa da matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ex. 3 — Diagonalize a matriz

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Ex. 4 — Determine o valor de K para que todos os autovalores tenham multiplicidade algébrica igual a um em cada matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & K \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & K \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ex. 5 — Diga se é produto interno:

- Em $\mathbb{R}_4[x]$, $\langle p, q \rangle = (p(0)q(0))^2$.
- Em $M_{n \times n}$, $\langle A, B \rangle = |a| |b|$, onde a é o posto de A e b é o posto de B .
- No espaço das funções reais deriváveis uma vez, $\langle f, g \rangle = f'(0)g'(0)$.
- Em \mathbb{R}^2 , $\langle x, y \rangle = x_1x_2 + x_2x_1$.
- No espaço das funções integráveis em $[0, 1]$, $\langle f, g \rangle = \int_0^1 1/(f(x)g(x)) dx$.

Ex. 6 — Em \mathbb{R}^2 , usaremos o produto interno

$$\langle (a, b)^T, (\alpha, \beta)^T \rangle = \int_0^\pi (a\alpha) \cos(x) + (b\beta) \sin(x) dx.$$

Note que não é um espaço de funções, mas nosso produto interno pode ser uma integral assim mesmo!

- calcule a norma de $(\pi/2, 1)^T$.
- determine uma função que seja ortogonal a $(0, 1)^T$.