

Lista 8

Bases Matemáticas

Função Quadrática, Exponencial, Logaritmo e Trigonométricas

Função Quadrática

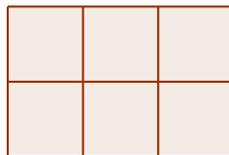
1 — Esboce o gráfico das seguintes funções, indicando em quais intervalos as funções são crescentes e decrescentes e encontrando as coordenadas dos pontos de máximo e/ou mínimo.

- a) $f(x) = (x - 4)^2 + 2$
- b) $f(x) = (x - 4)^2 - 2$
- c) $f(x) = -(x + 4)^2 + 2$
- d) $f(x) = -(x + 4)^2 - 2$
- e) $f(x) = x^2 - 1$
- f) $f(x) = x^2 - x$
- g) $f(x) = 6 - 4x + x^2$
- h) $f(x) = 2x^2 - 7x + 4$
- i) $f(x) = x^2 + 1$
- j) $f(x) = 3x^4 - 12x^2 - 1$

2 — Um fazendeiro pretende construir um chiqueiro retangular e para isso possui 100m de cerca. Ache as dimensões do chiqueiro de modo a maximizar a área do mesmo. Qual é essa área?

3 — Uma calha é feita dobrando uma folha de alumínio de 40cm de largura de modo que as laterais formem um ângulo reto com o fundo. Determine a profundidade da calha que maximiza o volume de água que a calha suporta.

4 — Um fazendeiro possui 2000m de cerca para construir 6 currais conforme mostrados na figura abaixo. Ache as dimensões que maximizam a área cercada. Determine essa área.



5 — Um projétil é lançado no ar. A função que descreve sua altura em relação ao solo em função do tempo é dada por:

$$h(t) = h_0 + v_0 t + \frac{gt^2}{2}$$

sendo h_0 a altura inicial, v_0 a velocidade inicial e g a força da gravidade (constante).

6 — Determine a altura máxima atingida pelo projétil.

- a) Em que instante de tempo a altura máxima é atingida?
- b) Depois de quanto tempo o projétil atinge o solo?
- c) Determine a altura máxima atingida pelo projétil se ele for lançado do solo.
- d) Para um projétil lançado do solo, o que acontece com sua altura se dobrarmos a velocidade inicial?

Exponencial

7 — Esboce o gráfico das seguintes funções, utilizando o gráfico de uma função mais simples e aplicando as transformações apropriadas. Para cada uma dessas funções indique as interseções com os eixos x e y , as regiões nas quais as funções são positivas, negativas, crescentes, decrescentes e os pontos de máximo e mínimo local se existirem.

- a) $2^{(x-\pi)}$
- b) $3 \cdot 2^{(x-\pi)}$
- c) $\frac{1}{2}^{(x+\pi)}$
- d) $2^{(x-\pi)} - 5$
- e) $5^{|x|}$
- f) $5^{|x+2|}$
- g) $\frac{1}{3}^{x+1} + 2$
- h) $\frac{1}{3}^{|x|} - 2$

8 — Esboce o gráfico das funções $f(x)$ e $g(x)$ no mesmo sistemas de coordenadas cartesianas:

- a) $f(x) = 3^x$ e $g(x) = 3^{-x}$
- b) $f(x) = h^{-1}(x)$ com $h(x) = 3^x$ $g(x) = 3^{-x}$ e a inversa de $.$

9 — A explosão da usina de Chernobil em 1986 lançou aproximadamente 1000 kilogramas do elemento radioativo cézio 137 na atmosfera. Sabendo que o cézio 137 possui uma meia vida de 30 anos, ou seja, a cada 30 anos a quantidade de cesio 137 cai pela metade.

- a) Escreva a função que descreve a massa de cézio na atmosfera em função do tempo.
- b) Determine em quanto tempo a massa de cézio na atmosfera reduzirá a 1kg.

Logaritmo

10 — Determine o domínio das seguintes funções:

- a) $\log 1 + x^2$
- b) $\log \frac{1+x}{x}$
- c) $\log 1 + x^2$
- d) $\log \cos(x)$

11 — Esboce os gráficos das seguintes funções:

- a) $\log(x + 1)$
- b) $\log x^2$
- c) $\log -x$
- d) $\log |x|$

12 — Use as propriedades do logaritmo para expandir as expressões abaixo o máximo possível:

- a) $\log_9 9x$
- b) $\log_9 \frac{9}{x}$
- c) $\log_4 \frac{64}{\sqrt{x+1}}$
- d) $\log \sqrt[3]{\frac{x^2 y^3}{25}}$
- e) $\log \frac{1000x^4 \sqrt[3]{5-x}}{3(x+4)^2}$

13 — Use as propriedades do logaritmo para condensar as expressões abaixo o máximo possível:

- a) $\frac{1}{3}(\log_4(x) - \log_4(y))$
- b) $\frac{4}{3}(\log_4(x) - 2 \log_4(y))$
- c) $4 \log x + 7 \log x + \log z$
- d) $3 \log(x) - \frac{1}{2} \log z$
- e) $\frac{2}{3}(\log_4 x - \log_4 y) + 2 \log_4(x + 3)$

14 — Resolva as seguintes equações:

- a) $10^x = 15$
- b) $10^{x-3} = 100$
- c) $2^{2x} + 2^x - 12 = 0$
- d) $5^{2x+3} = 3^{x-1}$
- e) $\log_5(x - 7) = 2$
- f) $\log_3(x - 4) = -3$
- g) $\log_6(x + 5) + \log_6(x) = 2$
- h) $\log_2(\sqrt{x+3}) = 1$
- i) $\log_2(x - 3) + \log_2(x) - \log_2(x + 2) = 2$

Funções Trigonômicas

15 — Determine o domínio das seguintes funções:

- a) $\text{tg}(1 - x)$
- b) $\frac{1}{\cos(x)}$
- c) $\arccos \frac{2x}{1+x}$
- d) $3 |\cos(|x|) - 1|$

16 — Esboce os gráficos das seguintes funções:

- a) $\cos 3x$
- b) $2 \operatorname{sen}(3x + \pi)$
- c) $\operatorname{sen}(x) + x$
- d) $\operatorname{tg}(|x|)$

17 — Calcule

- a) $\operatorname{sen}(a)$ sabendo que $\cos(a) = b$ e $0 \leq a \leq \pi/2$
- b) $\operatorname{sen}(a)$ sabendo que $\operatorname{tg}(a) = b/c$ e $0 \leq a \leq \pi/2$
- c) $\operatorname{sen}(a)$ sabendo que $\operatorname{tg}(a) = b/c$ e $\pi/2 \leq$

$$a \leq \pi$$

- d) $\operatorname{arcsen}(a)$ sabendo que $\operatorname{tg}(a) = b/c$ e $0 \leq a \leq \pi/2$
- e) $\operatorname{cotg}(a)$ sabendo que $\operatorname{sen}(a) = b/c$ e $0 \leq a \leq \pi/2$

18 — Calcule

- a) $\operatorname{arcsen}(-\frac{\sqrt{3}}{2})$
- b) $\operatorname{arctan}(1) - \operatorname{arctan}(-1)$
- c) $\operatorname{arcsen}(\cos(2x))$ $0 \leq x \leq \pi/2$
- d) $\operatorname{arcsen}(\cos(2x))$ $\pi/2 \leq x \leq 3\pi/2$