

Introdução à Probabilidade e à Estatística – Prova I

Crítérios para avaliação: Clareza, corretude, rigor, e concisão (i) A redação das respostas deve ser clara. (ii) Todo o raciocínio desenvolvido na resposta deve estar correto. (iii) O nível de rigor nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aula e bibliografia básica. (iv) As respostas não devem ser mais longas que o necessário.

Atenção: não há uma pontuação “por questão”. A nota da prova pretende aferir a compreensão, de forma ampla, do conteúdo.

Ex. 1 — Em uma urna há 4 bolas brancas e 7 bolas pretas. Sorteiam-se 3 bolas. Qual é a probabilidade de serem sorteadas mais bolas pretas do que brancas?

Comentário:

$$\Pr(\text{PPP}) = (7/11)(6/10)(5/9)$$

$$\Pr(\text{PPB}) = (7/11)(6/10)(4/9)$$

$$\Pr(\text{PBP}) = (7/11)(4/10)(6/9)$$

$$\Pr(\text{BPP}) = (4/11)(7/10)(6/9)$$

Somando todas, obtém-se ≈ 0.72 .

Ex. 2 — Seleciono aleatoriamente um ponto em uma circunferência. Qual é a probabilidade da distância deste ponto até o centro ser menor que metade do raio?

Comentário: 1/4, estava nas notas de aula.

Ex. 3 — 40% dos estudantes de graduação em uma Universidade recebem bolsa-auxílio para poderem permanecer estudando. Sabe-se que 10% destes estudantes não são do estado onde a Universidade fica (vieram de outro estado para estudar). Se um estudante for selecionado ao acaso, qual é a probabilidade dele ser de outro estado, e receber bolsa-auxílio?

Comentário: 0.04, estava nas notas de aula.

Ex. 4 — Presuma que a prevalência de uma doença é 0.03, e um teste para esta doença tem sensibilidade de 0.90. Se uma pessoa qualquer é testada e tem resultado positivo, qual é a probabilidade de ter a doença?

(Prevalência = probabilidade de uma pessoa qualquer da população ter a doença; sensibilidade = probabilidade do resultado ser positivo, dado que o paciente tem a doença)

$$\Pr(D) = 0.03$$

$$\Pr(T|D) = 0.9$$

Calculamos:

$$\Pr(T|\bar{D}) = 0.1$$

$$\begin{aligned}\Pr(D|T) &= \frac{\Pr(T|D) \Pr(D)}{\Pr(T)} \\ &= \frac{\Pr(T|D) \Pr(D)}{\Pr(T|D) \Pr(D) + \Pr(T|\bar{D}) \Pr(\bar{D})} \\ &= \frac{(0.9)(0.03)}{(0.9)(0.03) + (0.1)(0.97)} \\ &\approx 0.21.\end{aligned}$$