

## Introdução à Probabilidade e à Estatística – Prova III

**Critérios para avaliação:** Clareza, corretude, rigor, e concisão (i) A redação das respostas deve ser clara. (ii) Todo o raciocínio desenvolvido na resposta deve estar correto. (iii) O nível de rigor nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aula e bibliografia básica. (iv) As respostas não devem ser mais longas que o necessário.

**Atenção:** não há uma pontuação “por questão”. A nota da prova pretende aferir a compreensão, de forma ampla, do conteúdo.

**Ex. 1** — Determine  $k$  tal que a função  $f$  a seguir seja função de densidade de probabilidade.

$$f(x) = \begin{cases} k(x^2 + 1) & x \in [-1, 0] \\ ke^x & x \in [0, 1] \end{cases}$$

**Comentário:** faça a integral na reta valer um:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx &= 1 \\ \int_{-1}^0 k(x^2 + 1) dx + \int_0^1 ke^x dx &= 1 \\ \frac{4k}{3} + k(e - 1) &= 1 \\ k &= \frac{3}{1 + 3e}. \end{aligned}$$

**Ex. 2** — Estudos determinaram que o ritmo de batimento cardíaco de recém-nascidos em uma população é de 129 por minuto, com desvio padrão de 8.2, seguindo uma distribuição normal. Qual é a probabilidade de um recém-nascido ter batimento com ritmo entre 122 e 133 por minuto?

**Comentário:**

$$\begin{aligned} \Pr[122 < B < 133] &= \Pr[(122 - 129)/8.2 < Z < (133 - 129)/8.2] \\ &= \Pr[-0.85 < Z < 0.49] \\ &= \Pr[Z < 0.49] - \Pr[Z < -0.85] \\ &= \Phi(0.49) - \Pr[Z < -0.85] \\ &= \Phi(0.49) - (1 - \Pr[Z < 0.85]) \\ &= \Phi(0.49) - 1 + \Phi(0.85) \\ &= 0.6879 - 1 + 0.8023 \\ &= 0.4902. \end{aligned}$$

**Ex. 3** — Comprei um aparelho com MTBF (“tempo médio antes de falha”) igual a 100 000 horas. Isso significa que a probabilidade dele falhar antes de 100 000 horas é pequena? Quanto, exatamente? (Presuma distribuição exponencial)

**Comentário:** Independente do MTBF, a conta, presumindo distribuição exponencial, é (veja que  $\lambda = 1/\mu$ ):

$$1 - e^{-\lambda x} = 1 - e^{-1} \approx 1 - 0.36 \approx 0.63.$$