

Matemática Discreta – Exercícios

Critérios para avaliação: Clareza, corretude, rigor, e concisão (i) A redação das respostas deve ser clara. (ii) Todo o raciocínio desenvolvido na resposta deve estar correto. (iii) O nível de rigor nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aula e bibliografia básica. (iv) As respostas não devem ser mais longas que o necessário.

Ex. 1 — Explique o que são r -combinações, que denotamos por

$$\binom{n}{r}.$$

Ex. 2 — Mostre que dados cinco pontos na superfície de uma esfera, pode-se dividi-la em duas metades de forma que um hemisfério contenha quatro deles.

Ex. 3 — Quantas ordens totais diferentes podem haver em um conjunto X ?

Ex. 4 — Dê a forma fechada para a_n , sendo

$$\begin{aligned}a_0 &= 0 \\ a_1 &= 3 \\ a_{n+2} &= -a_n + 2a_{n+1}\end{aligned}$$

Use funções geradoras.

Ex. 5 — Dê a forma fechada para a_n , sendo

$$\begin{aligned}a_0 &= 3 \\ a_1 &= 8 \\ a_n &= a_{n-1} + 2a_{n-2}\end{aligned}$$

Use o método do polinômio característico.

Uma lista de funções geradoras:

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-x} &= 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} x^i \\ \frac{1}{1-cx} &= 1 + cx + c^2x^2 + c^3x^3 + c^4x^4 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} c^i x^i \\ \frac{1}{1-x^2} &= 1 + x^2 + x^4 + x^6 + x^8 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} x^{2i} \\ \frac{1}{(1-x)^2} &= x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} (i+1)x^{i+1} \\ (1+x)^n &= 1 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \binom{n}{3}x^3 + \dots = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i}x^i \\ e^x &= 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}\end{aligned}$$