

Programação Matemática – Teste III

Critérios para avaliação: Clareza, corretude, rigor, e concisão (i) A redação das respostas deve ser clara. (ii) Todo o raciocínio desenvolvido na resposta deve estar correto. (iii) O nível de rigor nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aula e bibliografia básica. (iv) As respostas não devem ser mais longas que o necessário.

Ex. 1 — Queremos levar itens de quatro fontes para dois destinos. Os custos são dados na tabela a seguir.

22	12
35	20
10	15
40	20

As fontes tem as seguintes quantidades de itens:

$$a_1 : 15$$

$$a_2 : 7$$

$$a_3 : 10$$

$$a_4 : 8$$

Os destinos tem as seguintes demandas:

$$b_1 : 10$$

$$b_2 : 25$$

Note que a soma das demandas não é igual à soma das ofertas. Mostre como modelar este problema como programa linear. Se não conseguir, mude b_1 para 15, e modele usando demanda igual a oferta (valendo menos).

Comentário: para modelar o problema, crie um destino extra b_3 com demanda 5, mas tal que o custo de qualquer a_i para b_3 seja o mesmo (por exemplo, zero).

$$\begin{aligned}
& \min 22x_{11} + 12x_{12} + 35x_{21} + 20x_{22} + 10x_{31} + 15x_{32} + 40x_{41} + 20x_{42} \\
& \text{s.a. : } x_{11} + x_{12} + x_{13} = 15 \\
& \quad x_{21} + x_{22} + x_{23} = 7 \\
& \quad x_{31} + x_{32} + x_{33} = 10 \\
& \quad x_{41} + x_{42} + x_{43} = 8 \\
& \quad x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 10 \\
& \quad x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 25 \\
& \quad x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 5 \\
& \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}
\end{aligned}$$

Ex. 2 — Descrevemos agora um jogo de soma zero com dois jogadores, A e B. A tem tres estratégias possíveis e B tem quatro. Do ponto de vista de A, a matriz de pagamentos C é

	b_1	b_2	b_3
a_1	10	3	-7
a_2	8	-4	0

Diga se A e B conseguem uma estratégia fixa ótima, ou se precisam de estratégia mista para obter um valor esperado ótimo.

Mostre também como modelar este problema como programa linear.

Comentário: O valor maximin é -4 , e o minimax é zero, portanto os dois jogadores devem usar estratégia mista para obter resultado melhor do que com estratégia fixa.

O programa linear é mostrado a seguir.

$$\begin{aligned}
& \max v \\
& \text{s.a. : } 10x_1 + 8x_2 \geq v \\
& \quad 3x_1 - 4x_2 \geq v \\
& \quad -7x_1 \geq v \\
& \quad x_1 + x_2 = 1 \\
& \quad \mathbf{x} \geq \mathbf{0}
\end{aligned}$$