

## Programação Matemática – Lista II

Lista de exercícios teóricos. (só para quem se interessar).

**Ex. 1** — Definição alternativa de conjunto convexo: “um conjunto  $S$  de pontos é convexo se e somente se para toda reta  $r$ ,  $S \cap r$  é um único segmento de reta (ou seja, conexo)”. Demonstre que esta definição é equivalente à dada em sala de aula (“ $S$  é convexo se para todos  $a, b \in S$ , toda combinação convexa de  $a$  e  $b$  também está em  $S$ ”)

**Ex. 2** — Sejam  $a$  e  $b$  dois pontos. O conjunto de pontos que *não* são mais próximos de  $b$  do que  $a$  é  $\{x \mid \text{dist}(x, a) \leq \text{dist}(x, b)\}$ . Este conjunto é convexo?

**Ex. 3** — Determine precisamente quando um subconjunto de  $\mathbb{R}^2$  definido por um conjunto de inequações quadráticas  $\{(x, y) : y \leq ax^2 + bx + c\}$  é convexo. Generalize para mais que duas dimensões.

**Ex. 4** — Mostre que o conjunto de todas as matrizes semidefinidas positivas é convexo.

**Ex. 5** — Funções polinomiais de grau ímpar maior ou igual a 3 em uma variável são convexas? Porque?

**Ex. 6** — Suponha que queiramos otimizar uma função linear, sujeita a um conjunto finito de restrições *estritamente não lineares*. Se soubermos que a região viável é convexa, quantas soluções ótimas podemos ter, no máximo? Responda primeiro para  $\mathbb{R}^2$ , depois para  $\mathbb{R}^n$ .

**Ex. 7** — E se a região viável não for convexa?

**Ex. 8** — Seja  $\mathbb{R}[x]$  o conjunto de todos os polinômios em  $x$  com coeficientes reais. Seja  $S$  o subconjunto de  $\mathbb{R}[x]$  que são positivos no intervalo  $[0, 1]$ . O conjunto  $S$  é convexo?