Programação Matemática – Teste I

Critérios para avaliação: Clareza, corretude, rigor, e concisão (i) A redação das respostas deve ser clara. (ii) Todo o raciocínio desenvolvido na resposta deve estar correto. (iii) O nível de rigor nas respostas deve ser próximo ao usado nas notas de aula e bibliografia básica. (iv) As respostas não devem ser mais longas que o necessário.

Faça o item (1). Faça também um dentre (2) e (3), à sua escolha.

Ex. 1 — Um artesão ganhou a oportunidade de expor seus trabalhos em um evento. Ele tem quatro produtos diferentes que poderia produzir para vender neste evento.
O organizador do evento impôs ao artesão um limite de volume de produtos, igual a 80cm^3. De hoje até a data do evento, o artesão tem 60 horas para trabalhar. Como se trata de um evento muito grande, pode-se presumir que tudo o que ele levar ao evento será vendido.
O lucro, a quantidade de horas que o artesão leva para produzir cada um destes produtos e o volume de cada um estão na tabela a seguir.

produto	lucro	horas	volume
I	10	1	5
II	30	2	1
III	25	1.5	2
IV	10	2.5	1

O artesão precisa saber quanto deve produzir de cada produto para maximizar seu lucro.
Modele como programa linear.
Comentário:

$$\begin{aligned} \max\, & 10x_1 + 30x_2 + 25x_3 + 10x_4 \\ \text{s.a:}\, & x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 + 2.5x_4 \leq 60 \\ & 5x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 80 \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

Ex. 2 — A seguir temos um problema de programação linear.

$$\begin{aligned} \max\, & 5x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a.}:\, & x_1 - 3x_2 \leq 5 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & x_2 \geq 1 \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

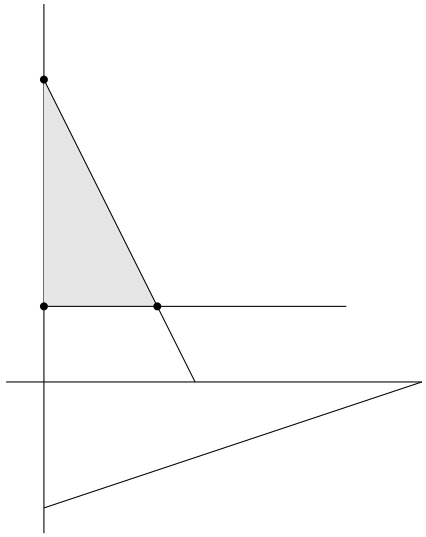
i) Passe o problema para a forma padrão.

ii) Resolva o problema usando o método gráfico.

Comentário:
(i)

$$\begin{aligned} \max\ & 5x_1 - 2x_2 \\ \text{s.a.}: & x_1 - 3x_2 + x_3 = 5 \\ & 2x_1 + x_2 + x_4 = 4 \\ & x_2 - x_5 = 1 \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

(ii)



Valores dos pontos:

$$\begin{array}{lll} (0,1) & \to -2 & = -2 \\ (0,4) & \to -8 & = -8 \\ (3/2,1) & \to 11/2 & = 5.5 \end{array}$$

Logo, o ponto ótimo é $(3/2, 1)$.

Ex. 3 — Suponha que x é solução viável básica para $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, correspondendo a uma base B. Mostre *rigorosamente* que existe um vetor de custo $\mathbf{c}$ tal que $\mathbf{x}$ é solução *ótima* <u>*e única*</u> do P.L.:

$$\begin{aligned} \max\ & \mathbf{c}^T\mathbf{x} \\ \text{s.a.}: & A\mathbf{x} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned}$$

(Nenhum aluno tentou)