

## Teoria Aritmética de Números II – Lista II

**Ex. 1** — Prove que todo inteiro positivo pode ser representável como a soma de no máximo tres números triangulares. (Use o teorema dos tres quadrados, de Legendre)

**Ex. 2** — Prove que se  $n$  é representável como soma de dois quadrados de racionais ( $n = (a/b)^2 + (c/d)^2$ ), então  $n$  também é representável como soma de dois quadrados de inteiros.

**Ex. 3** — Prove que o grupo  $\Gamma$  também pode ser gerado por

$$\begin{aligned}t(z) &= z + 1 \\ u(z) &= \frac{z}{z+1}\end{aligned}$$

**Ex. 4** — Prove que o grupo  $\Gamma$  pode ser gerado por duas transformações de ordem finita no grupo (a transformação  $T$ , que usamos no gerador de  $\Gamma$ , não tem ordem finita!)